Ueber das *Steinheil*'sche Passage-Prisma.

Von Herrn *Hornstein*, Assistenten der K. K. Sternwarte in Wien.

(Beschlufs s. Nr. 558.)

Bisher wurde die Gestalt des Prisma als beliebig angenommen. Wäre dasselbe genau gleichschenklig, so hätte man A' = A, und wären die Kanten einander parallel, so würden PΠP' in demselben gröfsten Kreise liegen, und somit B' = B sein. In diesem Falle geben die vorhergehenden Ausdrücke für die Deckung den Stundenwinkel $\tau = 0$. Setzt man aber das Prisma als etwas fehlerhaft voraus, und nimmt A' — A = ΔA, B' — B = ΔB, wo ΔA und ΔB klein sind, so resultirt auch für τ nicht mehr 0. Da aber jetzt die mit Strichen versehenen Gröfsen nur sehr wenig von denselben ohne Strich verschieden sind, so kann man an die Stelle der vorhergehenden Auflösung, die τ in aller Strenge giebt, eine bequemere abgekürzte setzen, die ich nun entwickeln werde.

Durch Differenziation der Gleichungen (1) erhält man:

$$\Delta C = -\sin C\, tg\, d.\Delta A - \frac{\sin t}{\cos d}.\Delta B$$
$$\Delta t = -\frac{\sin C}{\cos d}.\Delta A + \frac{\sin A \cos C}{\cos d}.\Delta B$$
$$\Delta d = -\cos C.\Delta A - \cos t.\Delta B.$$

Setzt man ferner D' = D + ΔD und U' = U + ΔU, so erhält man die Veränderungen ΔD und ΔU durch Differenziation der Gleichungen (4), indem man Πs als constant betrachtet, und bedenkt, dafs ΔE = ΔB ist. Auf diese Weise findet man:

$$\Delta D = -\Delta C - \sin(C+D)\, cotg.U.\Delta A - (\cos A - cotg.U \sin A \cos(C+D)).\Delta B$$
$$\Delta U = \cos(C+D).\Delta A + \sin(C+D) \sin A.\Delta B$$

und da $\Delta V = \frac{n \cos U}{\cos V}.\Delta U$, so ist auch: $\Delta V = \frac{n\cos U}{\cos V}\left\{\cos(C+D)\,\Delta A + \sin(C+D)\sin A.\Delta B\right\}$

Durch Differenziation der Gleichungen (5) hat man endlich:

$$-\Delta\tau = -\Delta t + \frac{\sin S}{\cos\delta}\Delta V - \frac{\sin V \cos S}{\cos\delta}\Delta D + \sin(t-\tau)\, tg\delta.\Delta d$$

Den Winkel S aber findet man mittelst:

$$\sin S \cos\delta = \cos d \sin D$$
$$\cos S \cos\delta = \sin d \sin V - \cos d \cos V \cos D$$

Die letzte Differenzialgleichung giebt den Einflufs der Fehler ΔA und ΔB auf die Zeitbestimmung. Setzt man nämlich wieder voraus, dafs τ den Stundenwinkel der Deckung bedeutet, so mufs τ' oder $\tau + \Delta\tau = -\tau$ d. h. $\Delta\tau = -2\tau$ sein. Somit geht die Formel über in:

$$\tau = -\tfrac{1}{2}\Delta t + \frac{\sin S}{2\cos\delta}\Delta V - \frac{\sin V \cos S}{2\cos\delta}\Delta D + \tfrac{1}{2}\sin t\; tg\delta\,\Delta d$$

wo statt $\sin(t-\tau) \ldots \sin t$ gesetzt wurde. Ist also die Uhrzeit der beobachteten Deckung $= \theta$, so hat man als Zeit der Culmination des Gestirns: $\theta - \frac{1}{15}\tau$, und auf Azimuth und Neigung Rücksicht genommen:

$$\theta - \tfrac{1}{15}\left(\tau - \frac{a\sin(\varphi-\delta)}{\cos\delta} - \frac{n\cos(\varphi-\delta)}{\cos\delta}\right)$$

a und n so genommen, wie am Mittagsrohre.

Für Sonnenbeobachtungen dürfte es am bequemsten sein, das Prisma so zu stellen, dafs die Kanten mit der Weltaxe parallel laufen. Ich werde also die Formel für τ diesem Falle anbequemen. Es ist dann offenbar B = 90°, also nach (1), d = o, t = 90 — A, C = 90°; folglich werden die Gleichungen (2), wenn man zugleich in ihnen $\tau = o$ setzt,

$$\sin V \sin D = \cos A \cos\delta$$
$$(6)\quad \sin V \cos D = \sin\delta \qquad\qquad \sin U = \frac{\sin V}{n}$$
$$\cos V = \sin A \cos\delta$$

ferner wird:

$$\Delta C = -\cos A.\Delta B \qquad \Delta t = -\Delta A \qquad \Delta d = -\sin A.\Delta B$$

daher $\Delta D = -\cos D\, cotg U.\Delta A - cotg U \sin A \sin D.\Delta B$

$$\Delta V = \frac{n\cos U}{\cos V}\left\{-\sin D.\Delta A + \cos D \sin A.\Delta B\right\}$$

Die Gleichungen für S werden:

$$\sin S \cos\delta = \sin D$$
$$\cos S \cos\delta = -\cos V \cos D.$$

Substituirt man also die Werthe für ΔD, ΔV, Δd, so wie für $\sin S$ und $\cos S$ in der Formel für τ, so erhält man:

$$\tau = \tfrac{1}{2}\left[1 - \frac{n\cos U \sin D}{\cos\delta^2}\,\frac{1}{\cos V}.\sin D - \frac{n\cos U \cos D}{\cos\delta^2}\cos V.\cos D\right]\Delta A$$
$$+ \tfrac{1}{2}\left[\frac{n\cos U \sin D}{\cos\delta^2}\,\frac{1}{\cos V}.\cos D - \frac{n\cos U\cos D}{\cos\delta^2}\cos V.\sin D\right]\sin A.\Delta B - tg\delta \sin A \cos A.\Delta B$$

und wenn man

$$\frac{n \cos U \sin D}{\cos \delta^2} \cdot \frac{1}{\cos V} = r \sin \alpha$$

(7) $$-\frac{n \cos U \cos D}{\cos \delta^2} \cdot \cos V = r \cos \alpha \text{ annimmt:}$$

$$\tau = \tfrac{1}{2}\,[1 + r \cos(D+\alpha)]\,\Delta A + \tfrac{1}{2}\,[r \sin(D+\alpha) - tg\,\delta \cos A]\,\sin A . \Delta B$$

eine Formel, welche nur die Berechnung der Gleichungen (6) und (7) voraussetzt. Kennt man daher einmal die Gröfsen ΔA und ΔB, so wird man sich für die Gröfse τ eine Tafel entwerfen, die unmittelbar mit dem Argumente $\delta \ldots \frac{1}{15}\tau$ nebst den Coeffizienten $\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\delta}$ und $\frac{\cos(\varphi-\delta)}{\cos\delta}$ giebt.

Es handelt sich nur noch darum, die Bestimmung der Fehler, ΔA, ΔB so wie a und n kurz anzudeuten.

ΔA erhält man am leichtesten, wenn man das Prisma an die horizontale Axe eines Höhenkreises befestigt, so dafs die Kanten der Axe parallel laufen, und nun den Höhenkreis als Reflexionsgoniometer benutzt. Offenbar ist dann: ΔA = BAC — ABC.

Um ΔB zu finden, stellt man vor das am Höhenkreise befestigte Prisma ein Fernrohr mit einem in horizontaler Richtung beweglichen Verticalfaden, läfst die von einem scharf begrenzten terrestrischen Objekte kommenden Strahlen von den Flächen BC und AC ins Fernrohr gelangen, und bemerkt sich den Winkel x, um den die beiden Bilder im horizontalen Sinne abstehen oder die Verschiebung des Vertikalfaden zwischen beiden Lagen des Prisma. Hierauf steckt man das Prisma in entgegengesetzter Lage auf die Axe, und bringt es durch eine geeignete Vorrichtung, die sich leicht erdenken läfst, in eine solche Lage, dafs die Flächen AB und BC dieselbe Neigung gegen die Axe des Höhenkreises haben. Nun läfst man wieder die Flächen BC und AC ins Fernrohr reflectiren, und bemerkt die Distanz x' der beiden Bilder. Dadurch erhält man 2 Gleichungen von der Form:

Lage I des Prisma: $x = 4k - 2\Delta B . \sin A$

Lage II des Prisma: $x' = 4k + 2\Delta B . \sin A$

so dafs also: $\Delta B = \frac{x'-x}{4 \sin A}$.

Noch ist a und n zu bestimmen. Ist α die AR des Gestirns, und x die Correction der Uhr, so hat man:

$$x = \alpha - \theta + \tfrac{1}{15}\left(\tau - \frac{a \sin(\varphi-\delta)}{\cos\delta} - \frac{n \cos(\varphi-\delta)}{\cos\delta}\right)$$

Wäre n bekannt, so liefse sich a, wie beim Mittagsrohre aus 2 Sternen bestimmen. Um aber n zu erhalten, wird ein neuer Bestandtheil, etwa eine Libelle, unumgänglich nothwendig. Man beobachte nämlich mit einem Höhenkreise die Höhe des durch Reflexion von der Fläche AB entstehenden Bildes eines bekannten Gestirns für eine gegebene Zeit. Ist h die gerechnete Höhe für diesen Augenblick, h' die beobachtete, und ω das Azimuth, positiv von Süd gegen West, so hat man: $n = \frac{h-h'}{2 \sin \omega}$. Gesetzt nun, das Prisma wäre an einer kleinen vertikalen Messingsäule befestigt, so besteht n eigentlich aus 2 Theilen, aus der Neigung der Säule gegen die vertikale Linie und aus der Neigung der Ebene AB gegen die Säule. Letztere dürfte wohl mehr constant bleiben; Veränderungen der ersten aber müfsten durch die erwähnte, an der Säule zu befestigende Libelle angegeben werden. Man sieht also, dafs n nur Einmal oder doch nur in grofsen Intervallen bestimmt zu werden braucht, um sich von seiner Beständigkeit zu überzeugen.

C. Hornstein.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander* an den Herausgeber.

Bonn 1846. März 23.

Bei der Masse der Cometen, die wir jetzt haben, ist es nicht gut möglich, mit den Berechnungen den Beobachtungen immer zu folgen, so schlecht übrigens auch das Wetter ist; sobald die Berechnungen fertig sein werden, werde ich Ihnen unsere sämtlichen Positionen übersenden; ich selbst habe nur einige wenige erhalten, und *Schmidt* die eigentliche Cometensorge überlassen. Um indefs nicht ganz leer zu kommen, setze ich Ihnen drei Positionen des Kieler Cometen hierher; die erste und dritte sind Einstellungen in die Mitte des Ringmicrometers des Heliometers vom Comet und Vergleichstern, verbunden mit Ablesungen der Kreise, die zweite ist eine Kreismicrometerbeobachtung an demselben Ringmicrometer.

März 12	$8^h46'16''0$ M. Zt.	$10^\circ41'56''1$	$+37^\circ21'34''5$	4 Einstellungen d
21	10 58 51,8 —	3 35 6,6	+52 7 40,0	4 Durchgänge N. S. e
	11 33 52,9 —	3 33 40,4	+52 9 57,9	6 Einstellungen e.

Aufserdem habe ich noch eine Beobachtung von mir am Ringmicrometer des 5-füfsigen Fraunhofer gefunden, nämlich

März 10	$7^h31'33''0$ M. Zt.	$11^\circ36'53''6$	$+33^\circ53'29''4$	5 Durchg. S. a.