

IV.

A N G A B E

eines möglichst vollkommen achromatischen Doppel-Objectivs, und über die Anwendbarkeit dieser und ähnlicher Berechnungen für Künstler zur Verrfertigung achromatischer Fernröhre,

von dem

Profeffor KLÜGEL in Halle.

Das Hr. Repsold die achromatischen Objective, welche er nach meiner oder der Euler'schen Theorie geschliffen hat, gar keine Wirkung gethan haben, ist mir unangenehm, aber doch leicht erklärbar. Die dioptrischen Rechnungen geben, bei geringen Unterschieden, in den Annahmen der Brechungs- und Zerstreuungs-Verhältnisse der Strahlen, merklich verschiedene Resultate. In einem Doppel-Objective geschehen vier Brechungen, wobei die Abweichung des Erfolgs von der Rechnung in einer Brechung die in der folgenden merklich vergrößern kann. Daher wird es nöthig seyn, die Beschaffenheit der Glasarten, welche der Künstler bearbeitet, genau zu kennen, um die Rechnung derselben gemäß besonders einzurichten, und dieses sowohl für die mittlern, als für die am wenigsten und am meisten brechbaren Strahlen; oder der Rechner muß sowohl das mittlere Brechungs-

Verhältnifs, als das Zerftreuungs-Verhältnifs möglichft genau kennen.

Die dioptrifchen Rechnungen felbft haben zweitens ihre eigne Schwierigkeit, weil das unveränderliche Verhältnifs der Brechung gleichartiger Strahlen nicht das Verhältnifs der Winkel, fondern ihrer Sinus ift. Bei einzelnen Gläfern mag man jenes oder ein dem Verhältniffe der Sinus fich näherndes nehmen; allein bei einem zufammengefetzten Objectiv können durch abgekürzte Rechnungsformeln beträchtliche Abweichungen entftehen, fowohl in den Vereinigungsweiten der gebrochenen Strahlen, als noch mehr in den Einfalls- und Brechungswinkeln, befonders der nahe bei dem Rande durchgehenden. Auch die Dicke der Linsen ift mit in Rechnung zu ziehen, welches aber auf eine allgemeine Art nicht ohne grofse Weitläufigkeit gefchehen kann. Darum ift es am ficherften, für jede gegebenen Glasarten die Rechnung befonders anzuftehlen, und die Strahlen durch alle Brechungen hin genau zu verfolgen, um fich zu verfichern, dafs alle Abweichungen, fowohl der gleichartigen als der ungleichartigen Strahlen, gehoben find.

Ein Beifpiel diefer Rechnung habe ich in dem XIII. Bande der Abhandlungen der Göttingifchen Societät der Wiffenfchaften geliefert, worin ich zugleich einige allgemeine Beftimmungen zur vortheilhafteften und ficherften Einrichtung der Doppel-Objective gegeben habe. Ein Auszug aus die-

fer Abhandlung ist in dem Hindenburgischen Archive der reinen und angewandten Mathematik II. Band. 6. Heft. S. 141 ff. enthalten.

Ich fand durch trigonometrische Rechnung, daß in dem von mir nach Euler bestimmten Doppel-Objective, woran die Vorderlinse gleichseitig ist, die Vereinigungsweite der mit der Axe parallel, in einem Abstände von 10° , auffallenden Strahlen von der Vereinigungsweite der ihnen gleichartigen, in der Axe selbst oder ihr höchst nahe liegenden Strahlen, nach allen vier Brechungen beträchtlich abweicht. Sie ist um $\frac{1}{29}$ der Letztern größer. Man mag zwar durch Verminderung der Oeffnung des Objectivs etwas helfen; allein diese Zerstreung selbst der gleichartigen Strahlen muß, wo möglich, ganz gehoben werden. In einer gleichseitigen Vorderlinse ist der Einfall- und Brechungswinkel an der Hinterfläche zu groß. Am besten wird es seyn, die Halbmesser ihrer Flächen so zu bestimmen, daß die Winkel des auffallenden und des ausfahrenden Strahls mit den Halbmessern sich einander nahe gleich seyn. Dadurch werden die Winkelabweichungen der Randstrahlen auf beiden Seiten zusammengenommen ein Kleinstes. Die Längenabweichung auf der Axe durch das erste Glas wird zwar alsdann nicht ein Kleinstes; allein an einer Vergrößerung der Längenabweichung ist weniger gelegen, als an einer Vergrößerung der Winkelabweichung, die zu ihrer Hebung wieder einen größern Einfallswinkel an der

dritten brechenden Fläche erfordert. Die Winkelabweichung ist dem Auge eigentlich empfindbar, die Zerstreuung längs der Axe wenig oder gar nicht.

Ich habe für den Fall, da der Einfallswinkel der auffallenden Strahlen an einer Linse dem Brechungswinkel der ausfahrenden gleich ist, zwei Formeln zur Bestimmung der Halbmesser ihrer Flächen gesucht, wodurch diese Gleichheit nahe erreicht wird. Die Brennweite eines auf beiden Seiten convexen Glases sey p , das Brechungsverhältniß $n:1$, der Halbmesser der Vorderfläche f , der Hinterfläche g , so ist

$$f = \frac{2(n-1)}{n} p ; \quad g = \frac{2(n-1)}{2-n} p.$$

Z. B. wenn $n=1,53$, so ist $f:g=47:153$.

Die Abweichung der Randstrahlen bei der Brechung durch die erste Linse muß durch die Abweichung bei der dritten Brechung gehoben werden, so daß bei dieser gar keine, oder nur eine sehr geringe bleibe. Die Abweichung bei der dritten Brechung entsteht theils von der Abweichung bei den beiden vorhergehenden, theils bei dieser unmittelbar. Ich habe eine Gleichung für die Vereinigungsweite der gleichartigen Strahlen bei der dritten Brechung gesucht, bei welcher die Abweichung verschwindet. Die Gleichung ist freilich eine cubische, daher nicht ganz leicht aufzulösen. Da eine cubische Gleichung wenigstens eine mögliche Wurzel hat, so erhellt, daß die gemachte Forderung sich erfüllen läßt. Die Vereinigungs-

weite der gebrochenen Strahlen, und die schon bekannte der auffallenden, bestimmen den Halbmesser der brechenden Fläche, oder der Vorderfläche der Concavlinse.

Die Zerstreung der ungleichartigen Strahlen muß nun durch die vierte brechende Fläche gehoben werden. Zu dem Ende berechne man den Weg der am meisten und der am wenigsten brechbaren Strahlen durch die drei ersten Brechungen, ohne die Abweichung wegen der Kugelgestalt, d. i., ohne diejenige, die von dem Unterschiede des Verhältnisses der Winkel und ihrer Sinus entsteht. Die Vereinigungsweiten dieser Strahlen, von der vierten brechenden Fläche an gerechnet, geben, mittelst des noch unbekanntem Halbmessers derselben; die Vereinigungsweite der durch sie gebrochenen. Diese muß für beide Arten von Strahlen dieselbe seyn. Dadurch erhält man eine Gleichung für den Halbmesser der vierten Fläche. Solchergestalt ist das ganze Doppel-Objectiv bestimmt, so daß beide Arten der Zerstreung gehoben sind. Die Randstrahlen werden zwar an der vierten Fläche noch eine geringe Zerstreung der ersten Art, wegen des Unterschiedes zwischen dem Verhältnisse der Winkel und ihrer Sinus, leiden; allein diese kann nur ganz unbedeutend seyn, da hier nur sehr kleine Einfalls- und Brechungswinkel vorkommen. Die Trennung beider Geschäfte, die Zerstreung der einen und der andern Art zu heben, erleichtert ihre Ausführung gar sehr. Für die am stärksten

und am schwächsten brechbaren Strahlen wird zwar, wegen des für sie abweichenden Werthes der Exponenten n und n' , die Zerstreuung der ersten Art, nach den drei ersten Brechungen, nicht ganz gehoben; dieses läßt sich nicht vermeiden, wird aber doch möglichst geringe seyn, wenn die Zerstreuung der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit gehoben ist. Da die um die Mitte des Objectivs auffallenden Strahlen bei weitem die wichtigsten sind, so ist der Halbmesser der vierten Fläche so bestimmt, daß bei diesen Strahlen keine Farbenzerstreuung Statt finde, besonders da man nicht weiß, ob nicht wegen der Abweichung des Künstlers von den Vorschriften, oder wegen der Beschaffenheit der angewandten Glasarten, eine Zerstreuung der ungleichartigen Strahlen Statt haben möge.

In der oben angeführten Abhandlung habe ich, anstatt der zuerst mit Euler angenommenen Brechungs-Verhältnisse, die von Beguelin in den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften für das J. 1762. angegebenen zur Berechnung des Doppel-Objectivs gebraucht, weil sie mir genauer schienen. Sie werden freilich für jede Glasart, die ein Künstler anwendet, ein wenig anders ausfallen. Beguelin fand das Brechungs-Verhältniß

in Kronglas für die violetten Strahlen	1,53761 : 1
für die mittlern	1,53175 : 1
für die rothen	1,52588 : 1 ;

in Flintglas für die violetten Strahlen 1,59058:1
 für die mittlern 1,58121:1
 für die rothen 1,57184:1.

Für diese Verhältnisse habe ich, auf dem beschriebenen Wege, folgende Maaßen zu einem vollkommenen Doppel-Objective gefunden.

Die Brennweite desselben, von der letzten brechenden Fläche an gerechnet, sey = 10000, so sind

die Brennweiten der Gläser .

I. 3119 $\frac{1}{2}$. II. 4390.

Die Halbmesser der brechenden Flächen:

I. 2166. II. 7085. III. 4632 $\frac{1}{2}$. IV. 5681.

Dicke der Convexlinse = 78. Dicke der Concavlinse = 31. Abstand der innern Flächen beider Gläser = 31. Ganze Oeffnung der Convexlinse = 1003.

Die bei diesem Objectiv vorhandenen Einfallswinkel sind in folgender Tabelle enthalten:

Brechung	Einfallswinkel			Brechungswinkel.		
I.	10°	0'	0''	6°	30'	34''
II.	6	30	58	10	0	37
III.	11	34	31	7	17	26
IV.	1	0	52	1	36	15

In dem von mir zuerst berechneten Doppel-Objective, woran die Vorderlinse gleichseitig ist, hält der zweite Brechungswinkel 20° 48'; der dritte Einfallswinkel 22° 7'; der letzte Brechungswinkel 2° 30'.

Ob die Dicke der Convexlinse für große Brennweiten nicht zu groß angenommen sey, muß ich der Ausführung überlassen. Es wird nöthigenfalls nicht nachtheilig seyn, die Dicke des Glases etwas wenigens kleiner zu machen, weil bei einer geringen Veränderung in der Lage der brechenden Fläche die Vereinigungspunkte der ungleichartigen Strahlen fast auf dieselbe Art verrückt werden. Das Intervall der beiden Gläser ist von mir größer gesetzt, als es nöthig gewesen wäre, um sie, wenn es nöthig seyn sollte, ein wenigens näher an einander stellen zu können. Die allgemeine Rechnung zeigt, mit Weglassung der Dicke der Gläser, daß eine Veränderung in dem Brechungs- und Zerstreuungs-Verhältnisse durch eine Veränderung des Intervalls der Gläser wieder vergütet werden könne, so daß die Brennweite des Concavglases für die mittlern Strahlen dieselbe bleibe. Sollte ein Künstler irgend einige Schwierigkeiten bei meinen Angaben finden, so bin ich gern erbötig, dessen Bemerkungen und Erfahrungen zu einer neuen Berechnung anzuwenden.

Das von mir gebrauchte Verfahren weicht ganz von dem ab, dessen sich Jeurat in den Memoiren der Pariser Akademie für 1770 bedient hat. Er hat hier Tafeln zur Verfertigung nicht allein gedoppelter und dreifacher, sondern auch vier- und fünffacher Objective geliefert. Eine Art feines Doppel-Objectiv besteht aus einer gleichseitig convexen Linse von venetianischem Glase, und einer Concavlinse von Flintglas. Die Halbmesser

der ersten drei brechenden Flächen sind sich gleich; der Halbmesser der vierten Fläche ist relativ beträchtlich groß. Die andere Art besteht aus einem convex-concaven Vorderglase von Flintglas, und einem convexen Hinterglase von venetianischem Glase. Die Halbmesser der innern brechenden Flächen sind sich gleich, und die der äußern sind sich auch gleich, und viel größer als jene. Bei den andern Zusammensetzungen aus abwechselnden Linen von den beiden Glasarten sind eben so die Halbmesser aller innern Flächen sich gleich, und die der beiden äußern gleichfalls. Die Winkel, welche die Halbmesser an den Brechungspunkten eines bestimmten Strahls mit der Axe machen, werden für die innern brechenden Flächen einander gleich genommen, und der Halbmesser der letzten Fläche wird so bestimmt, daß der Winkel des zu dem Brechungspunkte gehörigen Halbmessers mit der Axe dem Winkel des Halbmessers der ersten Fläche mit der Axe ebenfalls gleich wird, und zugleich so, daß die ungleichartigen Strahlen sich parallel werden. Jeaurat vernachlässigt die Hebung der Abweichung wegen der Kugelgestalt gänzlich, d. i., die Abweichung der Strahlen, die an dem Rande durchgehen, von denen, die auf die Mitte des Objectivs fallen. Er befriedigt sich damit, daß die Abweichung an einer Linse durch die an der folgenden, wegen ihrer entgegengesetzten Brennweiten, vermindert wird.

Die Beobachtungen, welche Jeaurat über die Brechungs-Verhältnisse an dem venetianischen

und dem Flintglase ange stellt hat, sind merkwürdig. Es ward von jeder dieser Glasarten ein halbes Convexglas aus derselben Schale geschliffen; beide wurden zu einem zweitheiligen ganzen Glase verbunden; das Bild der Sonne durch die eine Hälfte, indem die andere bedeckt war, ward auf einem matten Glase aufgefangen. Der Abstand des Bildes von dem Glase gab die Brennweite der mittlern Strahlen. Die Brennweiten der rothen und violetten Strahlen zu erhalten, ward ein rothes und violettes ebenes Glas nahe vor das Bild der Sonne gestellt. Aus den Brennweiten ergeben sich die Brechungs-Verhältnisse.

An dem venetianischen Glase, wovon der Cubikzoll 950 Gran wiegt, ist

das Brechungs-Verhältn. der rothen Strahlen	1,5258	:	1
— — — der mittlern	1,5298	:	1
— — — der violetten	1,5433	:	1.

An dem englischen Kryftall- oder Flintglase, wovon der Cubikzoll 1215 Gran wiegt, ist

das Brechungs-Verhältn. der rothen Strahlen	1,5920	:	1
— — — der mittlern	1,5973	:	1
— — — der violetten	1,6229	:	1.

Das Zerstreungs-Verhältniß ist 175:309.

Für die Strahlen, die hier die mittlern genannt werden, fällt das Brechungs-Verhältniß viel näher an das für die rothen. Es sind eigentlich diejenigen, deren Brechungs-Verhältniß aus dem Abstände des Bildes durch die vereinten ungleichartigen Strahlen geschlossen ist.

Die Berechnung eines *dreifachen Objectivs* ohne alle Zerstreuung ist sehr mühsam. Die Ausführung ist mislich, da, wegen der Beschaffenheit der Glasarten und der Abweichung von der Vorschrift bei der Ausarbeitung, die Fehler bei drei Gläsern sich weit mehr häufen können, als bei zweien. Ein vollkommenes Doppel-Objectiv hat den Vorzug der größern Helligkeit des Bildes. Gestattet das dreifache Objectiv einen größern Halbmesser der ersten brechenden Fläche, ohne die Einfall- und Brechungswinkel nachtheilig groß zu machen, so kann es dadurch in Absicht auf Helligkeit dem Doppel-Objectiv gleich kommen, oder gar es übertreffen. Sonst ist der Vortheil, daß die Gläser des dreifachen Objectivs größere Brennweiten haben, nur alsdann erheblich, wenn die Abweichung wegen der Kugelgestalt nicht gehoben ist. Bei großen Brennweiten des Doppel-Objectivs darf man auch den Halbmesser der Vorderfläche des Convexglases in Beziehung auf den Halbmesser der Hinterfläche größer machen, als bei dem berechneten geschehen ist, da in diesem Falle die Einfall- und Brechungswinkel am Rande nur mäßig sind. Darin hat das dreifache Objectiv einen eignen Vorzug, daß die ungleichartigen Strahlen, die von dem Rande des Objects durch die Mitte des ersten Glases gehen, durch die zwei andern sich parallel gemacht werden können, so daß auch in Absicht auf diese die Farbenzerstreuung unmerklich wird.
